

Divisibilidad



Definición



Un número a es múltiplo por otro b si la división de a entre b es exacta.

(Los números a y b deben ser naturales, aunque el concepto se extiende sin dificultad a los números enteros)

También puede decirse que b es divisor de a .

- Si a es múltiplo de b entonces b es divisor de a , y viceversa.
- Todo número entero tiene infinitos múltiplos, que se obtiene multiplicándolo por $0, 1, 2, \dots$
- Todo número es divisor y múltiplo de sí mismo.
- El número 0 es múltiplo de todos los números.
- El número 1 es divisor de todos los números.

Divisores de un número; números primos

Un número puede tener varios divisores → Los divisores de 12 son 1, 2, 3, 4, 6, y 12.

Si un número sólo es divisible por sí mismo y por la unidad se llama primo.

Ejemplo: Los números 7, 17 o 23 son primos.



Divisibilidad



Descomposición factorial de un número

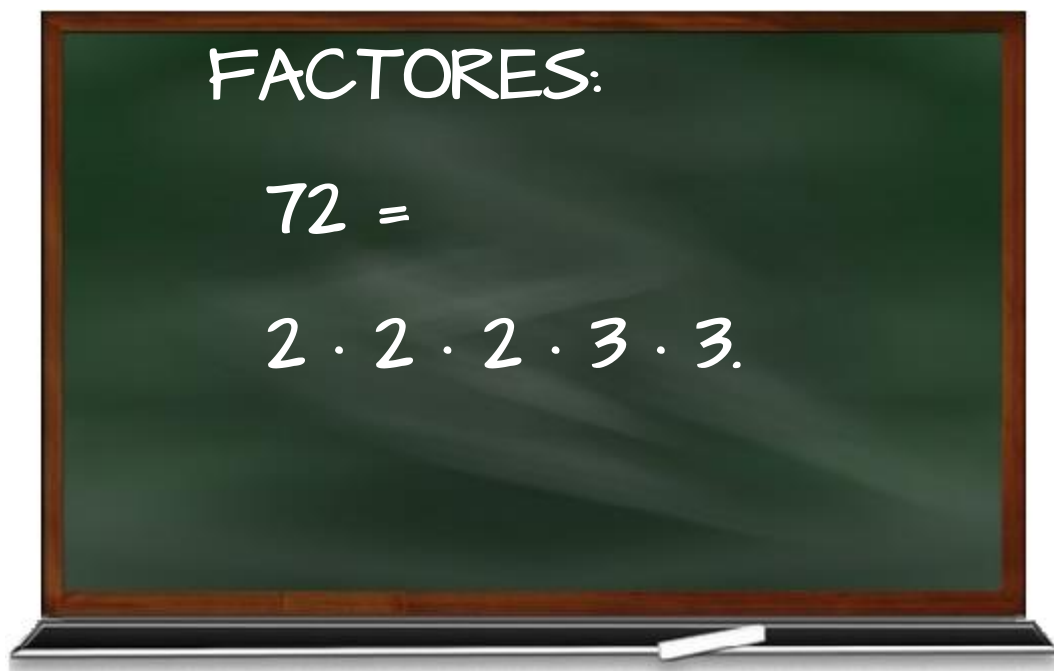
Descomponer un número en factores es escribirlo como producto de algunos de sus divisores.

Ejemplo: $72 = 2 \cdot 36$; o también, $72 = 8 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 12$.

Cuando todos los factores son primos se dice que el número está descompuesto como producto de factores primos.

Ejemplo: 72 puede escribirse como: $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$.

- Factor de un número es cada uno de sus divisores.
- Factorizar un número es escribirlo como producto de algunos de sus divisores.
- Un número puede descomponerse factorialmente de varias maneras.
- Un número puede descomponerse en producto de sus factores primos de manera única, salvo el orden de esos factores.



Divisibilidad



Criterios de divisibilidad

- **Divisibilidad por 2.** Un número es divisible por 2 si es par.

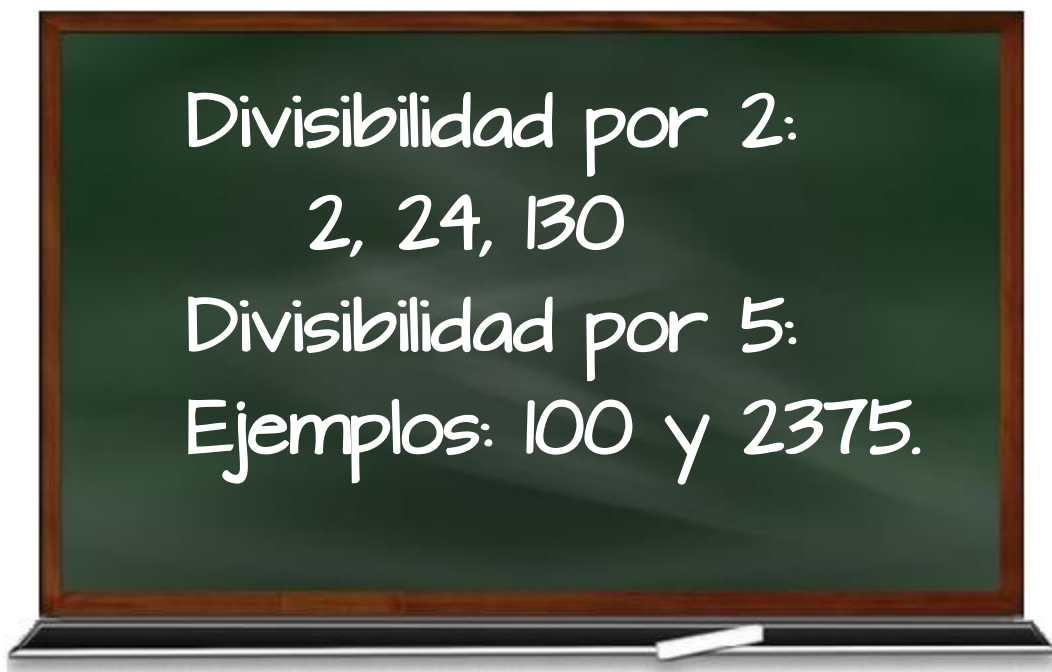
Ejemplos: 2, 24 o 130.

- **Divisibilidad por 3.** Un número es divisible por 3 si la suma de los valores de sus cifras es múltiplo de 3.

Ejemplos: 99, 132 o 2124 son múltiplos de 3, pues sus cifras suman, respectivamente, 18, 6 o 9, que son números múltiplos de 3. Los números 122 o 2222 no son múltiplos de 3.

- **Divisibilidad por 5.** Un número es divisible por 5 si termina en 0 o en 5.

Ejemplos: 100 y 2375.



Divisibilidad



Máximo común divisor y mínimo común múltiplo de dos números

Dos números pueden tener varios divisores comunes. El mayor de ellos se llama máximo común divisor: m.c.d.

Dos números tienen infinitos múltiplos comunes. El menor de ellos se llama mínimo común múltiplo: m.c.m.

Criterio para hallar el m.c.d. y el m.c.m. de dos números.

Para determinar el m.c.d. y el m.c.m. de dos o más números se descomponen los números dados en sus factores primos.

- El m.c.d. se obtiene multiplicando los factores primos comunes a ambos números (en este criterio suele añadirse “con el menor exponente”).
- El m.c.m. se obtiene multiplicando los factores primos comunes y no comunes a ambos números (afectados con el mayor exponente).

Ejemplo: Los números 24 y 36 se descomponen así:

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3; 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$\text{m.c.d.}(24, 36) = 2 \times 2 \cdot 3 = 12.$$

$$\text{m.c.m.}(24, 36) = 2 \times 2 \times 2 \cdot 3 \times 3 = 72.$$