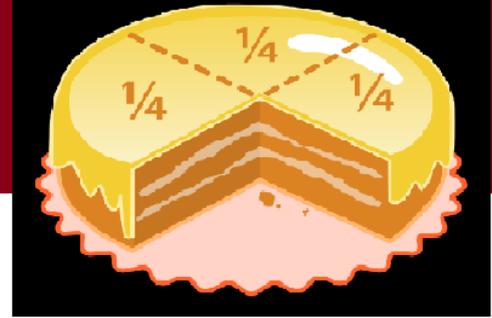


# Fracciones



## Definición general



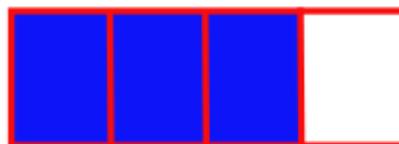
Una **fracción**, *número fraccionario*, o *quebrado* (del vocablo latín *frāctus*, *fractio* -ōnis, roto, o quebrado) es la expresión de una cantidad dividida entre otra cantidad; es decir que representa un cociente no efectuado de números. Por razones históricas también se les llama *fracción común*, *fracción vulgar* o *fracción decimal*. El conjunto matemático que contiene a las fracciones es el conjunto de los números racionales, denotado  $\mathbb{Q}$ .



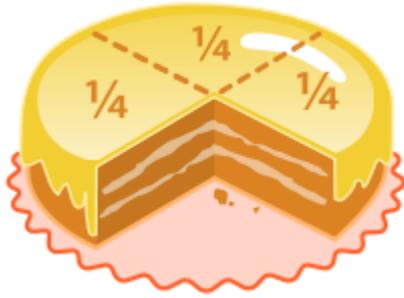
## Numerador y denominador

El Numerador y el Denominador acciones se componen de: *numerador*, *denominador* y *línea divisoria* entre ambos (barra horizontal u oblicua). En una fracción común  $a/b$  el **denominador**  $b$  representa la cantidad de partes iguales en que se ha *fraccionado* la unidad, y el numerador  $a$  es el entero.

## Representación gráfica y analítica



$$3/4$$



Como se ha quitado  $1/4$  del pastel, todavía le quedan  $3/4$ .

Suelen utilizarse figuras geométricas (los cuales representan la unidad) divididos en tantas partes como indique el denominador, y se colorean (u omiten) tantas de estas partes como indique el numerador.

- **Notación y convenciones:**

- en una fracción común, el denominador se lee como número partitivo (ejemplos:  $1/4$  se lee «un cuarto»,  $3/5$  se lee «tres quintos»);
- una fracción negativa se escribe con el signo menos delante de la fracción (ejemplos: - $1/4$  o  $-\frac{1}{4}$ , pero no  $3/-4$ );
- una fracción genérica  $a/b$  representa el producto de  $a$  por el recíproco (multiplicativo) de  $b$ , de tal modo que  $a/b = a \cdot 1/b$ ; si tanto  $a$  como  $b$  son números negativos ( $-a/-b$ ), el producto es positivo, por lo que se escribe:  $a/b$ ; toda expresión matemática escrita en esta forma recibe el nombre de «fracción».

La expresión genérica  $a/b$  representa una división algebraica, por lo que el divisor debe ser distinto de cero ( $b \neq 0$ ); el cociente de esta división admite un desarrollo decimal (un número decimal, en el sistema de numeración decimal tradicional) que puede ser finito o infinito periódico (ver número periódico).

Un número irracional no admite una escritura en forma de *número fraccionario*, su expansión decimal será *infinita no-periódica*.

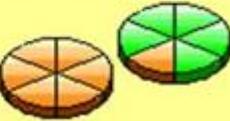
Una fracción común *representa* un número racional, por lo que las fracciones comunes heredan todas las propiedades matemáticas de los racionales.

## Clasificación de fracciones

- Según la relación entre el numerador y el denominador:

- **Fracción mixta:** suma abreviada de un entero y una fracción propia:  $3\frac{1}{4}$  ,  $2\frac{1}{2}$  , ...
- **Fracción propia:** fracción en que el denominador es mayor que el numerador:  $1/3$  ,  $3/8$  ,  $3/4$  , ...
- **Fracción impropia:** fracción en donde el numerador es mayor que el denominador:  $13/6$  ,  $18/8$  ,  $5/2$  , ...
- **Fracción reducible:** fracción en la que el numerador y el denominador no son primos entre sí y puede ser simplificada:  $2/4$  ,  $6/18$  ,  $155/150$  , ...
- **Fracción irreducible:** fracción en la que el numerador y el denominador son primos entre sí, y por tanto no puede ser simplificada:  $1/2$  ,  $3/5$  ,  $13/15$  , ...
- **Fracción inversa:** fracción obtenida a partir de otra dada, en la que se han invertido el numerador y el denominador:  $2/3$  y  $3/2$  ;  $1/2$  y  $2$  ; ...
- **Fracción aparente o entera:** fracción que representa cualquier número perteneciente al conjunto de los enteros:  $3/3 = 1$  ;  $12/3 = 4$  ; ...
- **Fracción compuesta:** fracción cuyo numerador o denominador (o los dos) contiene a su vez fracciones.

1/2	un medio
1/3	un tercio
1/4	un cuarto
1/5	un quinto
1/6	un sexto
1/7	un séptimo
1/8	un octavo
1/9	un noveno
1/10	un décimo
1/11	un onceavo
1/12	un doceavo

<p><b>FRACCIONES PROPIAS</b> son aquellas en las que el numerador es menor que el denominador, por lo tanto, son menores que la unidad.</p>		$\frac{2}{6} < 1$
<p><b>FRACCIONES APARENTES</b> son aquellas en las que el numerador es igual al denominador, por lo tanto, son iguales a la unidad.</p>		$\frac{6}{6} = 1$
<p><b>FRACCIONES IMPROPIAS</b> son aquellas en las que el numerador es mayor que el denominador, por lo tanto, son mayores a la unidad.</p>		$\frac{7}{6} > 1$
<p><b>FRACCIONES DECIMALES</b> son aquellas en las que el denominador es 10, 100, 1.000, etc., o sea la unidad seguida de ceros.</p>		$\frac{3}{10}$

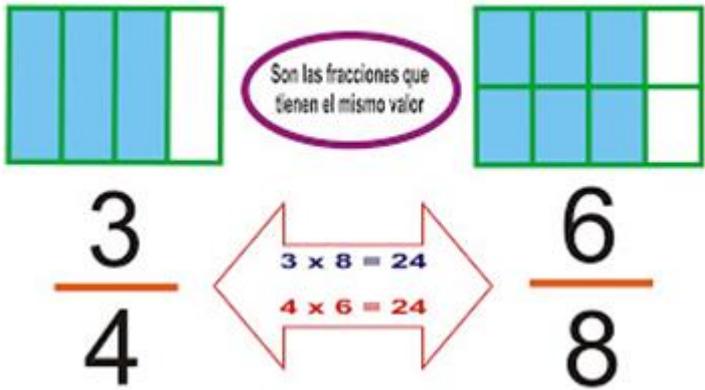
- Según la escritura del denominador:

- **Fración equivalente:** la que tiene el mismo valor que otra dada:  $1/2 = 2/4 = 4/8 = 50/100, \dots$
- **Fración homogénea:** fracciones que tienen el mismo denominador:  $1/4$  y  $3/4$ ;  $1/27$  y  $3/27$ ;  $\dots$
- **Fración heterogénea:** fracciones que tienen diferentes denominadores:  $1/4$  y  $3/5$ ;  $-1/5$  y  $5/1$ ;  $\dots$
- **Fración decimal:** el denominador es una potencia de diez:  $1/10$ ,  $2/100$ ... En general:  $\frac{a}{10^n}$ , con  $a$  un entero positivo y  $n$  un natural.

$$x = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \dots}}}$$

- **Fración continua:** es una expresión del tipo:

# Fracciones Equivalentes



- Según la escritura del numerador:

- **Fracción unitaria:** es una fracción común de numerador 1.
- **Fracción egipcia:** sistema de representación de las fracciones en el Antiguo Egipto en el que cada fracción se expresa como suma de fracciones unitarias.

$$\frac{1 + \frac{1 + \frac{1 + \dots}{a_3}}{a_2}}{a_1} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_1 \cdot a_2} + \frac{1}{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3} + \dots$$

- **Fracción gradual<sup>2</sup>:**

- Otras clasificaciones:

- **Fracción como porcentaje:** Un porcentaje es una forma de expresar un número como una fracción de 100, utilizando el signo porcentaje %.
- **Fracción como razón:** véase proporcionalidad y regla de tres para la relación que mantienen un par de números que pueden provenir de una comparación.
- **Fracción parcial:** véase *método de las fracciones parciales* para reducir un cociente de polinomios.

**Nota:** Una *fracción irracional* es un término auto-contradictorio (dado que todas las fracciones deben poder ser expresadas como fracciones vulgares). Un número irracional es, por definición, no racional, es decir, no puede ser expresado como una fracción vulgar.

## Número mixto

Un **número mixto** es la representación de una fracción impropia, en forma de número entero y fracción propia; es una manera práctica de escribir unidades de medida (peso, tiempo, capacidad), recetas de cocina, etc.

Toda fracción impropia  $\frac{p}{q}$  puede escribirse como número mixto:  $A^a/b$ , en donde  $A^a/b$  denota  $A + \frac{a}{b}$  (donde  $A \in \mathbb{Z}$ ,  $A \geq 0$ , es la *parte entera*).

- Ejemplos:

$$\frac{30}{20} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \quad \text{«Una cucharadita y media de...»}$$

$$15.70/12.561 \approx 5/4 = 1\frac{1}{4} \quad \text{«En una hora y cuarto...»}$$

A partir de un cierto nivel de álgebra elemental, la notación mixta suele sustituirse por fracciones impropias, que son más operacionales.

## Fracción irreducible

Dada una **fracción reducible** (el numerador y el denominador son primos entre sí), está siempre se puede reducir (i.e. *simplificar*) hasta obtener una *fracción equivalente irreducible*. La noción de **fracción irreducible** se generaliza al cuerpo de cocientes de cualquier dominio de factorización única: todo elemento de este cuerpo puede escribirse como una fracción en la cual el numerador y el denominador son coprimos.

## Fracción equivalente

Dos o más fracciones son **equivalentes** cuando representan la misma cantidad, y se escriben distinto.

- Ejemplo:

las fracciones  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{4}$ ,  $\frac{3}{6}$  y  $\frac{x}{2x}$  son equivalentes, ya que representan la cantidad «un medio».

Dos fracciones son equivalentes si pueden obtenerse una a partir de la otra, multiplicando (o dividiendo) por uno.

- Ejemplos:

$$\frac{x}{2x} = \frac{x}{x} \cdot \frac{1}{2} \text{ en donde } \frac{x}{x} = 1.$$

$$\frac{3}{6} = \frac{3}{3} \cdot \frac{1}{2} \text{ en donde } \frac{3}{3} = 1.$$

El conjunto de todas las fracciones equivalentes a una fracción dada, se llama número racional, y suele representarse por la única *fracción equivalente irreducible* del conjunto.

## Fracción como porcentaje

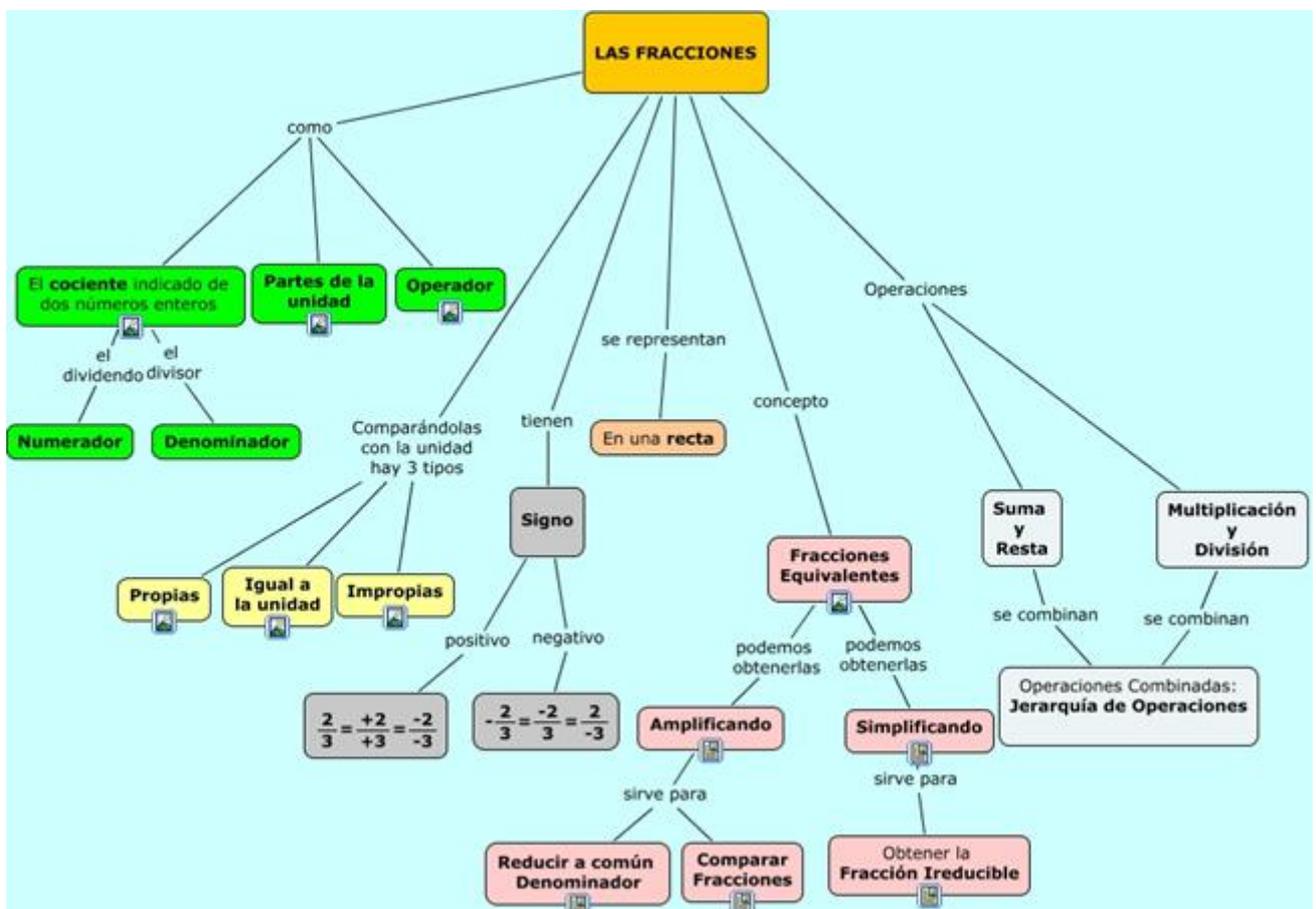
# %

Un porcentaje es una forma de expresar un número como una fracción de 100: utilizando el signo porcentaje %, que se debe escribir inmediatamente después del número al que se refiere, sin dejar espacio de separación.

- Ejemplos:

La expresión de un número por mil (1.000‰), es una manera de expresarlo como una fracción de 1.000, o como la décima parte de un porcentaje; se escribe con el signo ‰.

Una *parte por billón* (notado ppb) es una unidad de medida para expresar concentraciones extremadamente pequeñas.



**FRACCIONES IMPROPIAS**

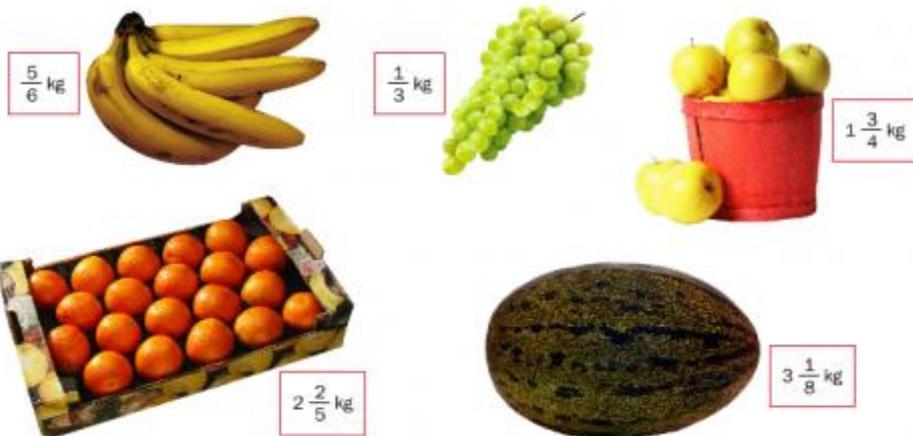
$$\frac{4}{3}$$

**FRACCIONES IMPROPIAS**

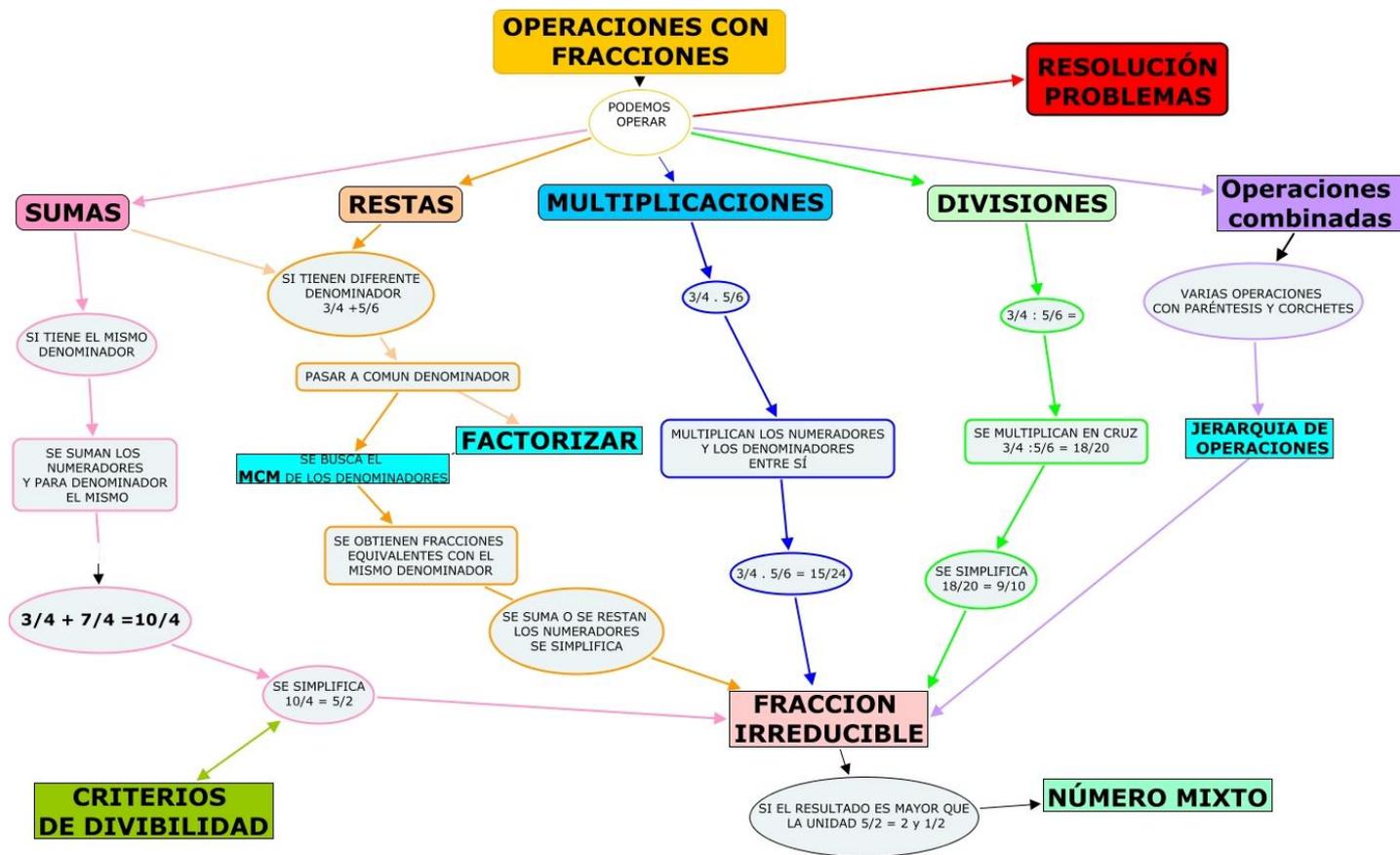
$$\frac{6}{4}$$



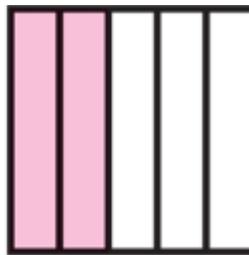
Eres capaz de...



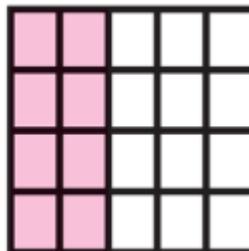
\* Fíjate en el peso de cada fruta e inventa tres problemas en los que tengas que operar con fracciones para resolverlos.



$$\frac{2}{5} \rightarrow$$



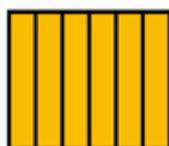
$$\frac{8}{20} \rightarrow$$



## Comparación de fracciones con la unidad

- Una fracción es igual a la unidad si su numerador y denominador son iguales.  $n = d$
- Una fracción es menor que la unidad si el numerador es menor que el denominador.  $n < d$
- Una fracción es mayor que la unidad si el numerador es mayor que el denominador.  $n > d$

$$\frac{n}{d} = 1 \text{ si } n = d$$



$$\frac{6}{6} = 1$$

Tiene 1 empanada.

$$\frac{6}{6} = 1 \text{ porque } 6 = 6$$

$$\frac{n}{d} < 1 \text{ si } n < d$$



$$\frac{4}{6} < 1$$

Tiene menos de 1 empanada.

$$\frac{4}{6} < 1 \text{ porque } 4 < 6$$

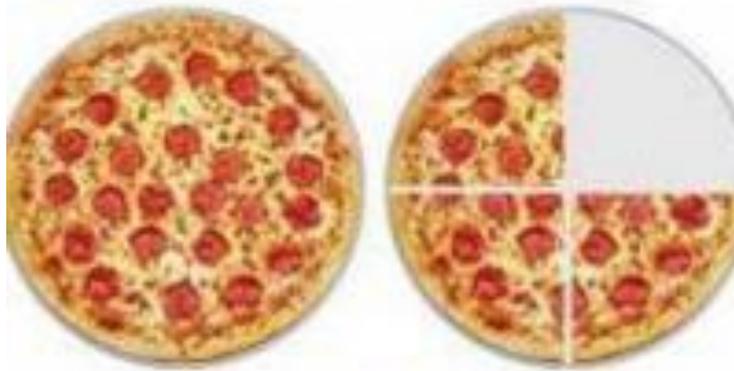
$$\frac{n}{d} > 1 \text{ si } n > d$$



$$\frac{10}{6} > 1$$

Tiene más de 1 empanada.

$$\frac{10}{6} > 1 \text{ porque } 10 > 6$$



$$1 \frac{3}{4}$$

(uno y tres cuartos)





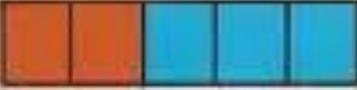
## Concepto de fracción



$$\frac{3}{4}$$



$$\frac{3}{8}$$



$$\frac{2}{5} \quad \frac{3}{5}$$

Fracción	$\frac{3}{5}$	→	Numerador
	$\frac{5}{5}$	→	Denominador

